

«МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего профессионального образования
«Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет)»
Высшая школа электроники и компьютерных наук
Кафедра системного программирования

**«РАЗРАБОТКА КОМПЬЮТЕРНОЙ МОДЕЛИ
ИНЕРЦИОННОГО МЕХАНИЗМА ВРАЩЕНИЯ»**

Рецензент
Доцент кафедры ПМиП,
к.э.н, доцент
Д.А. Дрозин

Научный руководитель,
доцент кафедры СП,
к.ф.-м.н., доцент
А.В. Геренштейн

Автор работы,
студент группы КЭ-220
Д.О. Столбов

Челябинск 2024

Актуальность работы

Инерционные механизмы вращения используются в различных областях техники и технологий, например:

- Авиационная и космическая техника;
- Робототехника;
- Автомобилестроение;
- И во многих других;

Цели и задачи

Целью выпускной квалификационной работы является разработка компьютерной модели инерционного механизма вращения. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- изучить предметную область;
- разработать и реализовать математическую модель инерционного механизма вращения;
- разработать и реализовать компьютерную модель инерционного механизма вращения.

Вывод дифференциальных уравнений движения

Исходя из общего уравнения динамики

$$\sum_{v=1}^N (F_v - m_v \omega_v) \delta r_v = 0.$$

Представим элементарную работу сил инерции в следующем виде:

$$\delta A_J = - \sum_{v=1}^N m_v \omega_v \delta r_v = - \sum_{i=1}^n Z_i \delta q_i,$$

Вывод дифференциальных уравнений движения

Обобщенные силы определяются в виде

$$\begin{aligned} Z_i &= \sum_{\nu=1}^N m_{\nu} \omega_{\nu} \frac{\partial r_{\nu}}{\partial q_i} = \sum_{\nu=1}^N m_{\nu} \frac{dr_{\nu}}{dt} \frac{\partial r_{\nu}}{\partial q_i} = \\ &= \frac{d}{dt} \sum_{\nu=1}^N m_{\nu} \dot{r}_{\nu} \frac{\partial r_{\nu}}{\partial q_i} - \sum_{\nu=1}^N m_{\nu} \dot{r}_{\nu} \frac{d}{dt} \frac{\partial r_{\nu}}{\partial q_i}, \quad (i = 1, \dots, n) \end{aligned}$$

Вывод дифференциальных уравнений движения

Но скорость линейно зависит от \dot{q}_k

$$\dot{r}_v = \sum_{k=1}^n \frac{\partial r_v}{\partial q_k} \dot{q}_k + \frac{\partial r_v}{\partial t}.$$

Выражение обобщенных сил может быть записано следующим образом:

$$\begin{aligned} Z_i &= \frac{d}{dt} \sum_{v=1}^N m_v \dot{r}_v \frac{\partial r_v}{\partial \dot{q}_i} - \sum_{v=1}^N m_v \dot{r}_v \frac{\partial \dot{r}_v}{\partial q_i} = \\ &= \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i}, \quad (i = 1, \dots, n), \end{aligned}$$

Вывод дифференциальных уравнений движения

где T – кинетическая энергия системы

$$T = \sum_{v=1}^N m_v r_v^2$$

Общее уравнение динамики нам дает формулу:

$$\sum_{i=1}^n (Q_i - Z_i) \delta q_i = 0, (i = 1, \dots, n),$$

Вывод дифференциальных уравнений движения

что эквивалентно следующему уравнению:

$$Z_i = Q_i, (i = 1, \dots, n),$$

Которое может быть записано в виде:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i, (i = 1, \dots, n).$$

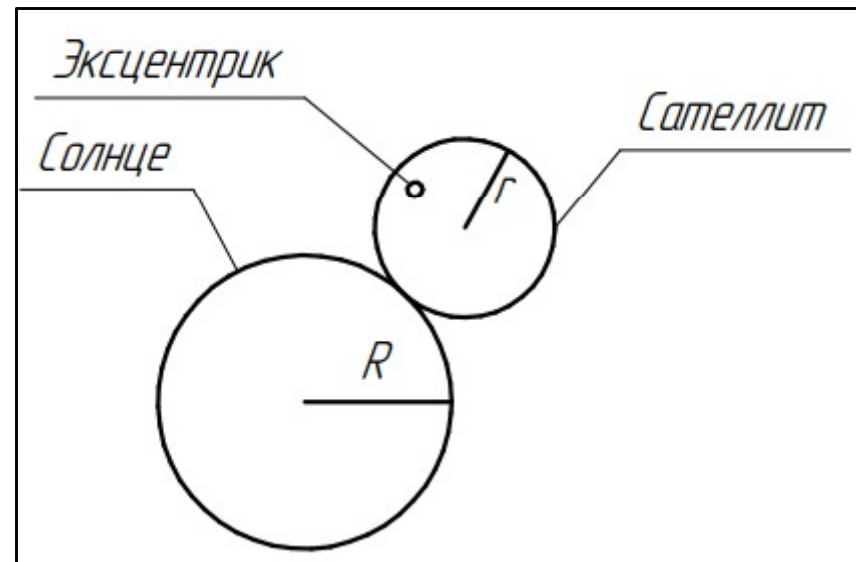
И называется уравнением Лагранжа второго рода или уравнением Лагранжа в независимых координатах.

Рассматриваемый механизм

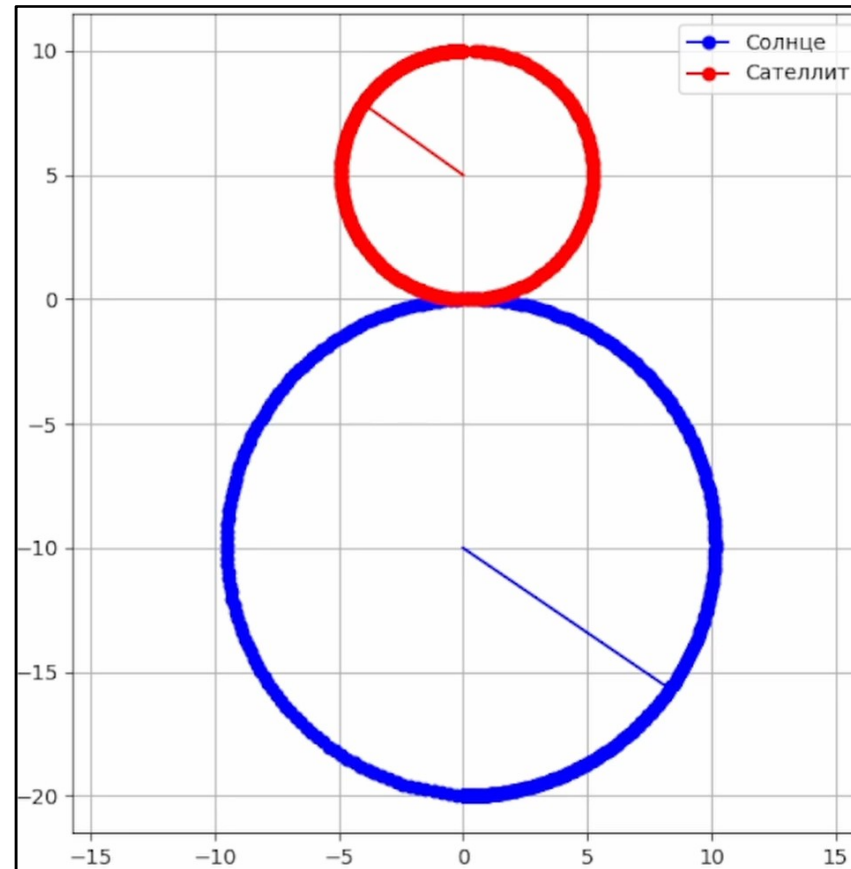
$$T = J_{\text{сол}} \frac{\dot{\theta}^2}{2} + J_{\text{сат}} \frac{(\dot{\theta} + \dot{\alpha})^2}{2} + m \frac{\dot{\alpha}^2}{2}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \theta} = M_i$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\alpha}} \right) - \frac{\partial T}{\partial \alpha} = 0.$$



Результат



Заключение

- В заключение, цель разработки компьютерной модели инерционного механизма вращения была успешно достигнута. Предметная область была тщательно изучена, что позволило создать основу для разработки математической модели. Математическая модель была реализована с использованием современных методов символьных и численных вычислений, что обеспечило точность и надежность результатов.
- Компьютерная модель, разработанная на основе математической, демонстрирует важные аспекты динамики вращения и может быть использована для дальнейшего анализа и оптимизации инерционных механизмов.